



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IALOMIȚA



SSMR



MINISTERUL
EDUCAȚIEI

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
- FAZA LOCALĂ –
10 FEBRUARIE 2024

CLASA A VII-A

SUBIECTUL I
(7 puncte)

Determinați mulțimea : $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{\frac{5x-13}{x-1}} \in \mathbb{Z}\}$

SUBIECTUL II
(7 PUNCTE)

Rezolvați în \mathbb{Q} ecuația : $\left\{ \frac{3x+5}{x+2} \right\} + \left[\frac{3x+2}{x+1} \right] = 2, (7)$

SUBIECTUL III
(7 PUNCTE)

În patrulaterul convex ABCD, măsurile unghiurilor verifică relațiile :
 $2 \cdot m(\widehat{A}) = m(\widehat{B})$; $4 \cdot m(\widehat{C}) = m(\widehat{B})$; $5 \cdot m(\widehat{C}) = m(\widehat{D})$.
Aflați măsurile unghiurilor patrulaterului.

Supliment G.M.nr.9/2023

SUBIECTUL IV
(7 PUNCTE)

În triunghiul ABC, punctele B, I și O sunt coliniare, unde I este centrul cercului înscris triunghiului, O este centrul cercului circumscris acestuia.
Aflați măsurile unghiurilor triunghiului ABC, dacă $m(\widehat{ACB}) = 40^\circ$.

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

- CLASA A VII – A -

SUBIECTUL I**(7 PUNCTE)**Determinați mulțimea : $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{\frac{5x-13}{x-1}} \in \mathbb{Z}\}$ Așadar, $\frac{5x-13}{x-1} \in \mathbb{N}$, și este pătrt perfect.....1pDeci, $\frac{5x-13}{x-1} = \frac{5x-5-8}{x-1} = \frac{5x-5}{x-1} - \frac{8}{x-1} = \frac{5(x-1)}{x-1} - \frac{8}{x-1} = 5 - \frac{8}{x-1}$ 1pPrin urmare, $x-1 \in$ divizorilor întregi ai lui 8.....1p $x-1 \in \{-8, -4, -2, -1, 1, 2, 4, 8\}$ 1p $x-1 = -8 \Rightarrow x = -7$ $x-1 = -4 \Rightarrow x = -3$ $x-1 = -2 \Rightarrow x = -1$ $x-1 = -1 \Rightarrow x = 0$ $x-1 = 1 \Rightarrow x = 2$ $x-1 = 2 \Rightarrow x = 3$ $x-1 = 4 \Rightarrow x = 5$ $x-1 = 8 \Rightarrow x = 9$ 1p

După verificarea în relația inițială ,1p

Verifică doar $A = \{-1; 3; 9\}$ 1p**SUBIECTUL II****(7 PUNCTE)**Rezolvați în \mathbb{Q} ecuația : $\left\{ \frac{3x+5}{x+2} \right\} + \left[\frac{3x+2}{x+1} \right] = 2, (7)$ Avem, $\frac{3x+5}{x+2} = \frac{2x+4+x+1}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} + \frac{x+1}{x+2} = 2 + \frac{x+1}{x+2}$ 1pCum în \mathbb{Q}_+ , avem $0 < \frac{x+1}{x+2} < 1$ 1pSe deduce, $\left\{ \frac{3x+5}{x+2} \right\} = \frac{x+1}{x+2}$ 1pApoi $\frac{3x+2}{x+1} = \frac{2x+x+2}{x+1} = \frac{2(x+1)}{x+1} + \frac{x}{x+1} = 2 + \frac{x}{x+1}$ 1pCum în \mathbb{Q}_+ , avem $0 < \frac{x}{x+1} < 1$ 1p

Se deduce , $\left[\frac{3x+2}{x+1} \right] = 2$1p

Așadar, ecuația devine : $\frac{x+1}{x+2} = 2, (7) \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ 1p

SUBIECTUL III (7 PUNCTE)

În patrulaterul convex ABCD măsurile unghiurilor verifică relațiile :
 $2 \cdot m(\hat{A}) = m(\hat{B})$; $4 \cdot m(\hat{C}) = m(\hat{B})$; $5 \cdot m(\hat{C}) = m(\hat{D})$.
 Aflați măsurile unghiurilor patrulaterului.

Supliment G.M.nr.9/2023

Din ABCD patrulater convex $\Rightarrow m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) + m(\hat{D}) = 360^\circ$ 1p

Din relațiile ipotezei $\Rightarrow m(\hat{A}) = \frac{m(\hat{B})}{2}$; $m(\hat{C}) = \frac{m(\hat{B})}{4}$; $m(\hat{D}) = \frac{5m(\hat{B})}{4}$ 1p

$\frac{m(\hat{B})}{2} + m(\hat{B}) + \frac{m(\hat{B})}{4} + \frac{5m(\hat{B})}{4} = 360^\circ$ 1p

$2 \cdot m(\hat{B}) + 4 \cdot m(\hat{B}) + m(\hat{B}) + 5 \cdot m(\hat{B}) = 360$

$12 \cdot m(\hat{B}) = 1440^\circ \Rightarrow m(\hat{B}) = 120^\circ$ 1p

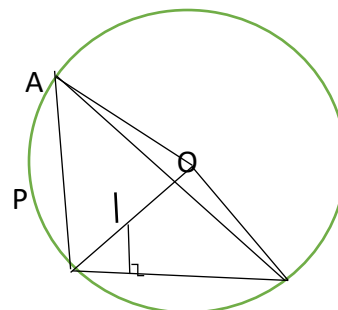
Acum $\Rightarrow m(\hat{A}) = 60^\circ$ 1p

$m(\hat{C}) = 30^\circ$ 1p

$m(\hat{D}) = 150^\circ$ 1p

SUBIECTUL IV (7 PUNCTE)

În triunghiul ABC, punctele B, I și O sunt coliniare, unde I este centrul cercului înscris triunghiului, O este centrul cercului circumscris acestuia.
 Aflați măsurile unghiurilor triunghiului ABC, dacă $m(\widehat{ACB}) = 40^\circ$.





INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IALOMIȚA



SSMR



MINISTERUL
EDUCAȚIEI

Din ipoteză $\widehat{ACB} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{AOB} = 80^\circ$ (unghi la centru)1p
 $OA \equiv OB$ (raze) \Rightarrow 1p
 $\Rightarrow \widehat{ABO} \equiv \widehat{BAO} = (180^\circ - 80^\circ) : 2 = 50^\circ$ 1p
Semidreapta BO este bisectoarea unghiului \widehat{BAC} 1p
 $\Rightarrow \widehat{ABC} = (360^\circ - 160^\circ) : 2 = 100^\circ$ 1p
 $\Rightarrow m(\widehat{BC})_{\text{mic}} = 80^\circ$ 1p
 $\Rightarrow \widehat{BAC} = 40^\circ$ 1p.